Étude extrémale de paramètres de graphes

Antoine Dailly

April 11, 2016

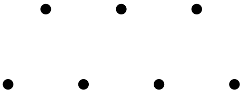
c kio un graph

Définition

c kio un graph

Définition

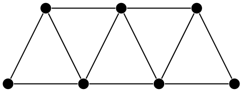
Un graphe G est la donnée d'un ensemble de sommets V



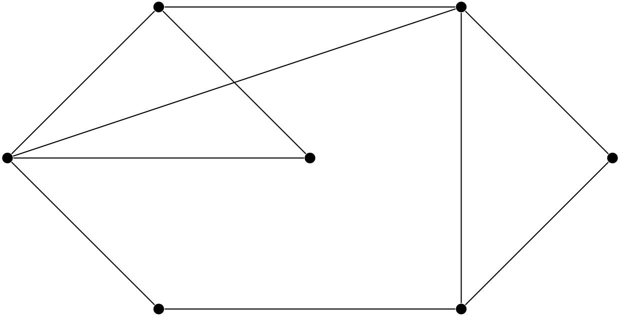
c kio un graph

Définition

Un graphe G est la donnée d'un ensemble de sommets V reliés par des arêtes (ensemble $E \subset V$).

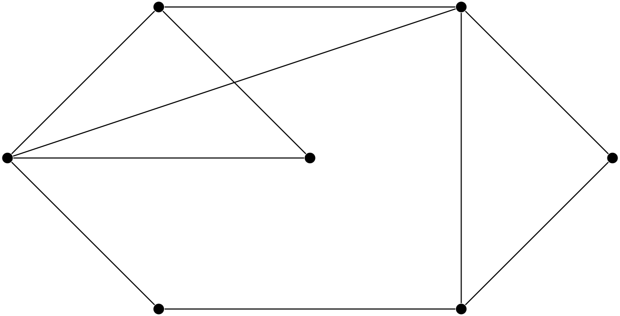


Coloration d'arêtes union-distinguante



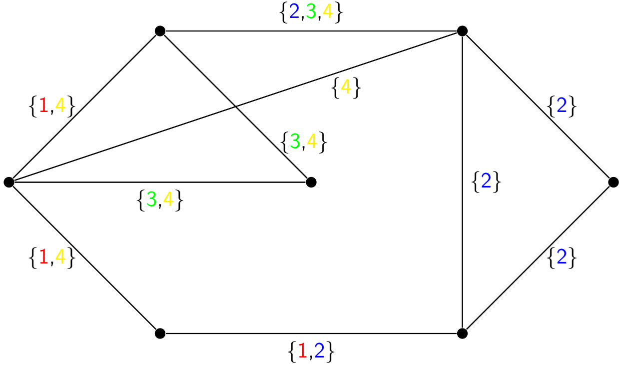
Coloration d'arêtes union-distinguante

- On colore chaque arête avec un ensemble de couleurs



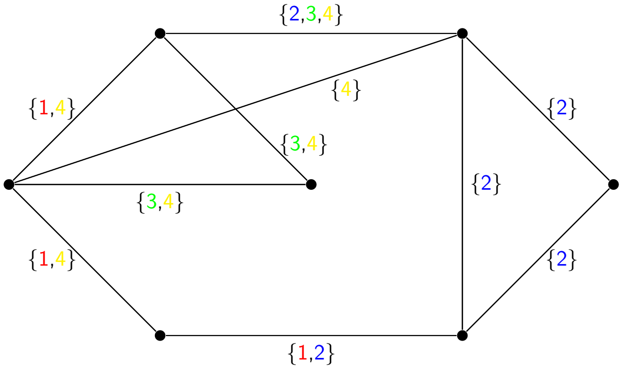
Coloration d'arêtes union-distinguante

- On colore chaque arête avec un ensemble de couleurs



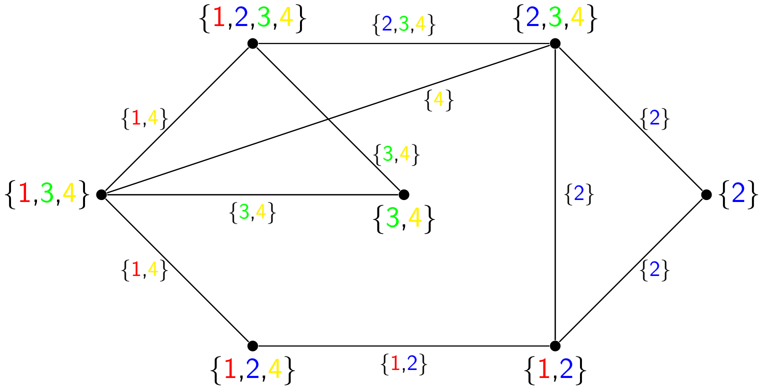
Coloration d'arêtes union-distinguante

- On colore chaque arête avec un ensemble de couleurs
- Chaque sommet a un *code*: l'union des couleurs de ses arêtes incidentes
- Le but est d'identifier chaque sommet par son code



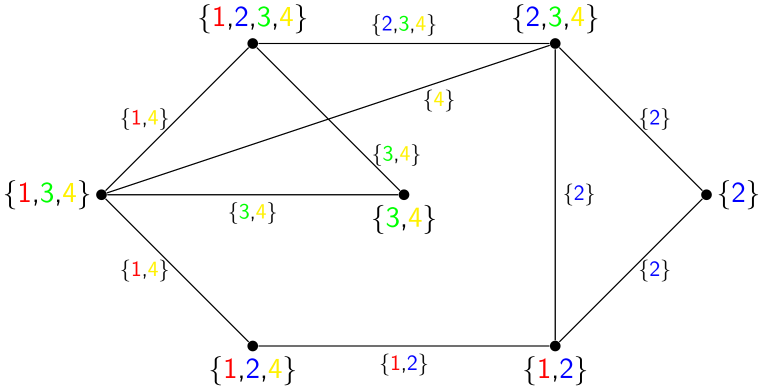
Coloration d'arêtes union-distinguante

- On colore chaque arête avec un ensemble de couleurs
- Chaque sommet a un *code*: l'union des couleurs de ses arêtes incidentes
- Le but est d'identifier chaque sommet par son code



Coloration d'arêtes union-distinguante

- On colore chaque arête avec un ensemble de couleurs
- Chaque sommet a un *code*: l'union des couleurs de ses arêtes incidentes
- Le but est d'identifier chaque sommet par son code
- On veut minimiser le nombre de couleurs utilisées



Résultats

Théorème

Pour tout graphe $G(V, E)$ (sans composante connexe d'un ou deux sommets), on a besoin d'au moins $\lceil \log_2(|V| + 1) \rceil$ et d'au plus $\lceil \log_2(|V| + 1) \rceil + 2$ couleurs.

Résultats

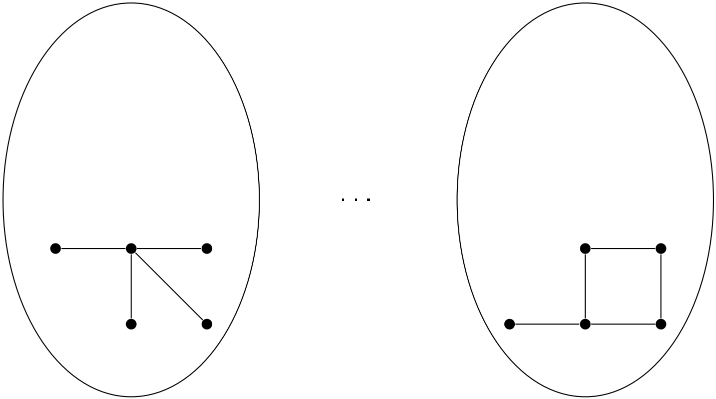
Théorème

Pour tout graphe $G(V, E)$ (sans composante connexe d'un ou deux sommets), on a besoin d'au moins $\lceil \log_2(|V| + 1) \rceil$ et d'au plus $\lceil \log_2(|V| + 1) \rceil + 2$ couleurs.

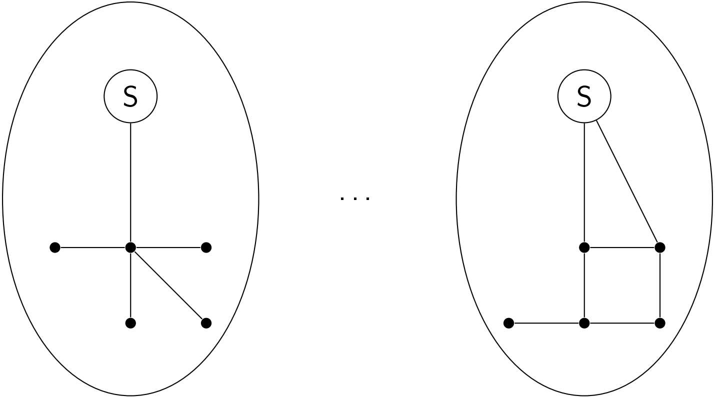
Théorème

Pour les chemins, les cycles et les arbres binaires complets, on a besoin d'exactement $\lceil \log_2(|V| + 1) \rceil$ couleurs.

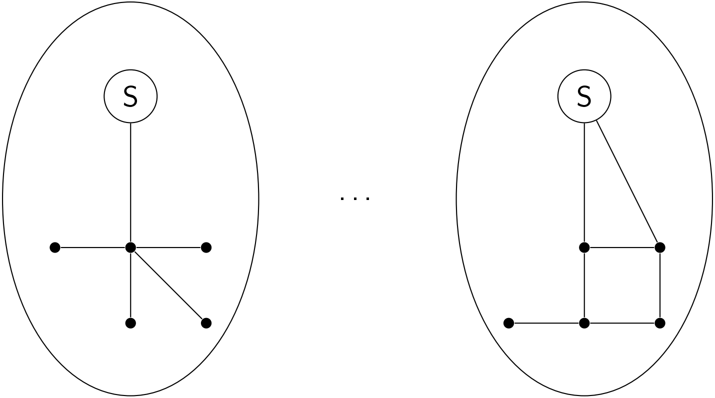
Partitionnement de grands graphes



Partitionnement de grands graphes



Partitionnement de grands graphes



⇒ Simplifie certains algorithmes sur de grands graphes (Dijkstra. . .)

Jeux de soustraction connexes sur les graphes

Jeux de soustraction connexes sur les graphes

Règles du jeu $CSG(l_1, \ldots, l_n)$

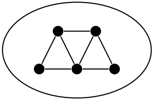
Deux joueurs. À son tour, un joueur retire l_i sommets connexes et leurs arêtes incidentes sans déconnecter le graphe. Le premier qui ne peut pas enlever de sommets a perdu.

Jeux de soustraction connexes sur les graphes

Règles du jeu $CSG(l_1, \dots, l_n)$

Deux joueurs. À son tour, un joueur retire l_i sommets connexes et leurs arêtes incidentes sans déconnecter le graphe. Le premier qui ne peut pas enlever de sommets a perdu.

Exemple : $CSG(2, 3)$

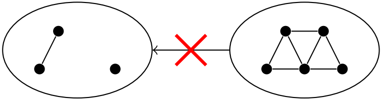


Jeux de soustraction connexes sur les graphes

Règles du jeu $CSG(l_1, \ldots, l_n)$

Deux joueurs. À son tour, un joueur retire l_i sommets connexes et leurs arêtes incidentes sans déconnecter le graphe. Le premier qui ne peut pas enlever de sommets a perdu.

Exemple : $CSG(2, 3)$

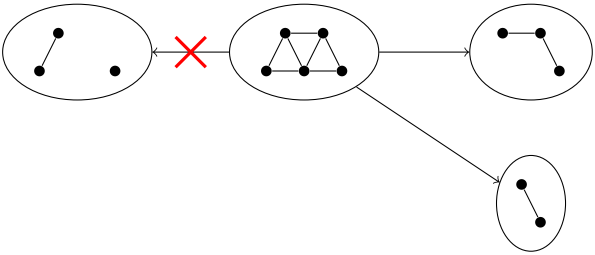


Jeux de soustraction connexes sur les graphes

Règles du jeu $CSG(l_1, \ldots, l_n)$

Deux joueurs. À son tour, un joueur retire l_i sommets connexes et leurs arêtes incidentes sans déconnecter le graphe. Le premier qui ne peut pas enlever de sommets a perdu.

Exemple : $CSG(2, 3)$

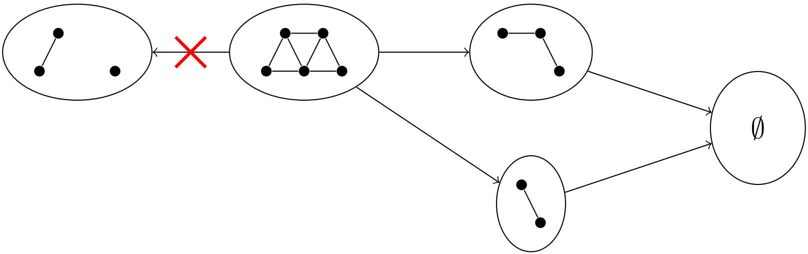


Jeux de soustraction connexes sur les graphes

Règles du jeu $CSG(l_1, \ldots, l_n)$

Deux joueurs. À son tour, un joueur retire l_i sommets connexes et leurs arêtes incidentes sans déconnecter le graphe. Le premier qui ne peut pas enlever de sommets a perdu.

Exemple : $CSG(2,3)$

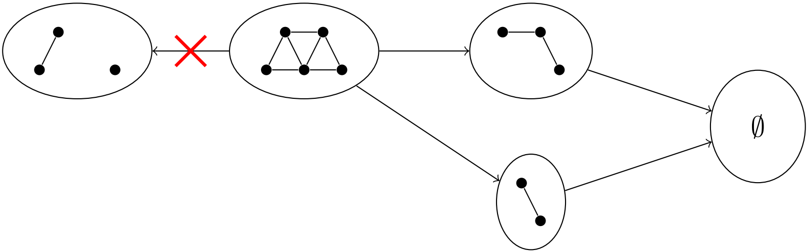


Jeux de soustraction connexes sur les graphes

Règles du jeu $CSG(l_1, \ldots, l_n)$

Deux joueurs. À son tour, un joueur retire l_i sommets connexes et leurs arêtes incidentes sans déconnecter le graphe. Le premier qui ne peut pas enlever de sommets a perdu.

Exemple : $CSG(2, 3)$



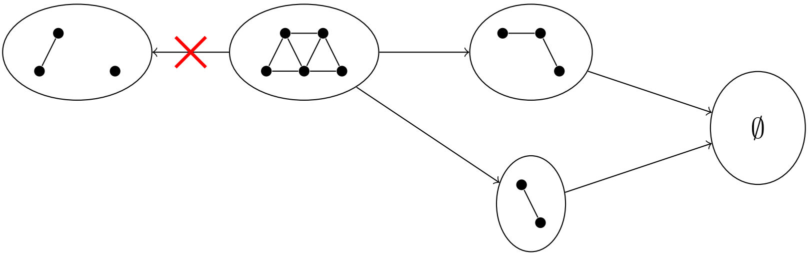
$\Rightarrow$ Victoire du deuxième joueur

Jeux de soustraction connexes sur les graphes

Règles du jeu $CSG(l_1, \ldots, l_n)$

Deux joueurs. À son tour, un joueur retire l_i sommets connexes et leurs arêtes incidentes sans déconnecter le graphe. Le premier qui ne peut pas enlever de sommets a perdu.

Exemple : $CSG(2, 3)$



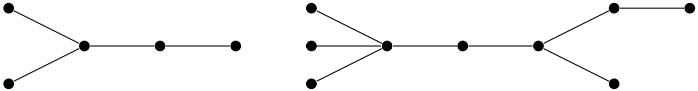
$\Rightarrow$ Victoire du deuxième joueur

Objectifs : trouver qui remporte une partie quelconque, et sa stratégie.

Résultats

Théorème

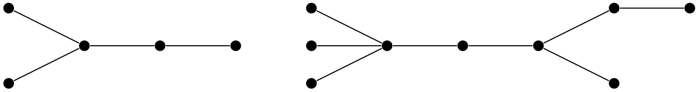
Pour le jeu $CSG(1,2)$ sur les étoiles subdivisées et les bi-étoiles subdivisées, on peut réduire toutes les chaines modulo 3 sans changer le gagnant.



Résultats

Théorème

Pour le jeu $CSG(1,2)$ sur les étoiles subdivisées et les bi-étoiles subdivisées, on peut réduire toutes les chaines modulo 3 sans changer le gagnant.



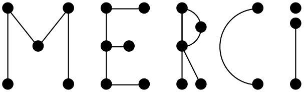
. . . Et d'autres résultats théoriques !

Pour résumer...

- Théorie des graphes
- Algorithmique de graphes
- Jeux combinatoires

Pour résumer...

- Théorie des graphes
- Algorithmique de graphes
- Jeux combinatoires



Des questions ?